

非平衡凝縮を伴うタービン静動翼列流れの数値解析に向けて

東北大学大学院航空宇宙工学専攻 山本 悟

1. はじめに

晴天に見られる一筋の飛行機雲は一般的に航空機のエンジンから出た燃焼空気が冷却されて凝縮を起こしているものである。一方、離着陸時の航空機の翼近辺から白い渦が発生していたり、航空ショーなどで急上昇する航空機の翼背面が白くなるのも一種の飛行機雲であるといえる。日本や東南アジアなどではアメリカ西海岸などに比べて湿度が高いためこのような飛行機雲がよく発生することが知られている。Campbellら¹は、各種飛行機雲の写真を集めて論文として発表している。航空機の性能という点から見ると、飛行機雲の発生はあまり好ましくなく、揚抗比の減少や不安定振動の原因であることもすでに知られていることである。航空機翼周りの流れの数値計算はすでに数多く行われており、三次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式が一般的に解かれている。しかしながら、そのほとんどが乾燥空気を仮定しており、いわゆる相対湿度0%の空気が対象となっていることになる。したがって、たとえば上記のような高湿度中を航行する航空機周りの流れを正確に計算することはできない。

一方、タービン翼列流れは、コンプレッサー翼列流れとともに古くから実験と数値計算により研究されている。1980年代に入り、Denton法²が広く普及し、さらにこの方法はDawesらにより具体的な問題へと拡張された³。そのほかにも1990前半にかけて数多くの三次元翼列を通る粘性流れの解析コードが開発されている⁴⁻⁹。さらに静・動翼列干渉流れの解析コードにも拡張されている¹⁰⁻¹²。

さて、水蒸気もしくは湿度を考慮した航空機翼周り流れやタービン翼列流れの流れの研究は、圧縮性流れの解法と古典凝縮論を組み合わせた数値解法が一部の研究グループにより報告されている。たとえば、Bakhtarら¹³、Mohabanら¹⁴、そしてYoung¹⁵は、非平衡凝縮を伴う蒸気タービン翼列を通る湿り蒸気の非粘性流れを時間進行法で計算した。この場合、古典凝縮論に基づき流線に沿った核生成ならびに成長を流路で積分することにより非平衡凝縮を近似している。また、Schnerrら¹⁶、Whiteら¹⁷、Adamら¹⁸は、非粘性を仮定して二次元ノズル内の非定常遷音速湿り空気流を計算し、非平衡凝縮の不安定性を示した。この内Schnerrら¹⁶は、ルングクッタ法により常微分方程式を積分することにより液相の質量生成率を計算している。粘性流れの計算は、未だほとんど報告されていないが、Schnerrら¹⁹が二次元ノズル内の遷音速乱流の計算を試みている。Perrellら²⁰は、極超音速風洞内の非平衡凝縮流れを計算している。石坂ら²¹は、気液二相流中を伝播する音速を新たに定式化し、高解像差分スキームを用いて蒸気タービン翼列の非定常遷音速粘性流れを計算した。液滴の成長は、液滴の数密度を関数にした式で近似され、さらにこの数密度を未知変数とした保存式が解かれている。湿度を考慮した非平衡凝縮を伴う単独翼周りの遷音速非粘性流れは、Schnerrら^{16,22}による計算が最初であり、実験により得られたシュリーレン写真と比較された。入屋ら²³は、石坂が定式化した音速の式を用いて、湿り空気中におけるNACA0012翼周りの遷音速粘性流れを計算し、湿度が翼揚抗比に与える影響を明らかにした。さらに山本ら²⁴は、入屋らの計算コードを三次元に拡張して、ONERA M6翼周りの流れを計算して、翼上面に発生する飛行機雲を計算により捕獲することに成功した。

本資料にはまず、非平衡凝縮を伴った非定常遷音速タービン翼列流れを数値解析するための基礎方程式ならびに数値解法を示す。次に、RAE2822翼ならびにONERA M6翼周りにおける湿り空気流れ、NACA0012高迎角翼周りの非定常湿り空気流れ、そしてタービン静動翼列の蒸気流れの計算結果について示す。

主な記号

c	: 音速
e	: 単位体積当たりの岐点内部エネルギー : $= \rho(\epsilon + v^2/2 - \omega r v_u)$
g_{ij}	: 測度 $= \nabla \xi_i \cdot \nabla \xi_j$
I	: 単位行列
J	: ヤコビアン
K	: 熱伝導率
n	: 液滴の数密度
p	: 静圧
Re	: レイノルズ数
r	: 平均液滴半径
T	: 静温度
\mathbf{u}	: 絶対速度ベクトル $= \mathbf{W} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$
v_u	: 絶対速度の周方向成分
W_i	: 相対流れの反変速度成分
\mathbf{w}	: 相対速度ベクトル
w_i	: 相対速度のデカルト座標成分
β	: 液相の質量分率
Γ	: 液相の質量生成率
γ	: 比熱比
Δt	: 時間間隔
ϵ	: 比内部エネルギー
μ	: 分子粘性係数
ξ_i	: 一般曲線座標系
σ	: 液滴の表面張力
ρ	: 密度
τ_{ij}	: 粘性応力テンソルのデカルト座標成分
添字	
a	: 乾燥空気
v	: 蒸気
g	: 気相
ℓ	: 液相
m	: 二相流体
s	: 飽和状態
n	: n 時間ステップ
$+$, $-$: 正または負の方向に伝播する波

2. 基礎方程式

相変化を伴う圧縮性湿り空気流れの支配方程式には、均質流を仮定した質量、運動量、エネルギー保存式に、新たに蒸気の質量、液相の質量および液滴の数密度の保存式が加えられる。また、乱流を考慮するために、本研究では低レイノルズ数型 $k - \epsilon$ モデル²⁵を導入する。さらに、動翼列流れを計算するためには遠心力 / コリオリ力が考慮できる相対流れの座標系に変換した基礎方程式を解く必要がある。最終的に一般曲線座標系で表された相対座標系の三次元基礎方程式は次のように記述される。

$$\partial \hat{Q} / \partial t + \hat{F}(\hat{Q}) = \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}_i}{\partial \xi_i} + \frac{1}{Re} \hat{S} + \hat{H} = 0 \quad (1)$$

ただし

$$\hat{Q} = J \begin{bmatrix} \rho \\ \rho w_1 \\ \rho w_2 \\ \rho w_3 \\ e \\ \rho k \\ \rho \varepsilon \\ \rho v \\ \rho \beta \\ \rho n \end{bmatrix}, \hat{F}_i = J \begin{bmatrix} \rho W_i \\ \rho w_1 W_i + \partial \xi_i / \partial x_1 p \\ \rho w_2 W_i + \partial \xi_i / \partial x_2 p \\ \rho w_3 W_i + \partial \xi_i / \partial x_3 p \\ (e + p) W_i \\ \rho k W_i \\ \rho \varepsilon W_i \\ \rho v W_i \\ \rho \beta W_i \\ \rho n W_i \end{bmatrix}$$

$$\hat{S} = -J \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{3j} \\ \tau_{kj} u_k + K \partial T / \partial x_j \\ \sigma_{kj} \\ \sigma_{\varepsilon j} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{H} = -J \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho(\omega^2 x_2 + 2\omega w_3) \\ \rho(\omega^2 x_3 - 2\omega w_2) \\ 0 \\ f_k \\ f_\varepsilon \\ -\Gamma \\ \Gamma \\ \rho I \end{bmatrix}$$

変換のためのヤコビアン J 、相対流れの反変速度成分 W_i 、粘性応力テンソル τ_{ij} は、

$$J = \partial(x_1, x_2, x_3) / \partial(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$$

$$W_i = (\partial \xi_i / \partial x_j) w_j \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\tau_{ij} = (\mu + \mu_t) \left[\left(\frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial w_k}{\partial x_k} \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k Re \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

$k - \varepsilon$ モデルにおける $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, f_k, f_\varepsilon$ ならびに渦粘性係数 μ_t は以下のように定義される。

$$\sigma_k = (\mu + \mu_t / C_k) \partial k / \partial \xi_j, \quad \sigma_\varepsilon = (\mu + \mu_t / C_\varepsilon) \partial \varepsilon / \partial \xi_j$$

$$f_k = (P - \rho \varepsilon Re - 2\mu k / d^2) / Re, \quad f_\varepsilon = \frac{k}{\varepsilon} (C_1 f_1 P - C_2 f_2 \rho \varepsilon Re - 2C_3 \mu k / d^2) / Re$$

$$\mu_t = Re \cdot C_\mu f_\mu \rho k^2 / \varepsilon$$

3. 湿り空気の状態方程式と音速

高速の湿り空気流れ、もしくは蒸気タービン内の湿り蒸気流れでは、 $\beta < 0.1$ であると仮定できる。本研究では、この仮定に基づき近似した次式の状態方程式を用いる²¹。

$$p = \rho RT(1 - \beta)$$

$$= \frac{(1 - \beta)R}{C_{pm} - (1 - \beta)R} \left(e - \frac{1}{2} \rho (w_i w_i - r^2 \omega v_u) - \rho h_{0m} \right) \quad (2)$$

$$R = \left(\frac{\rho_a R_u}{\rho_g M_a} + \frac{\rho_v R_u}{\rho_g M_v} \right)$$

ここで、 ρ_a 、 ρ_v および ρ_g はそれぞれ、乾燥空気、蒸気および気相の密度、 R_u 、 M_a および M_v は、Universal Gas Constant、空気の分子量、蒸気の分子量である。 C_{pm} ならび h_{0m} は、水と気相の定圧比熱ならびに生成エンタルピーを質量分率 β で次式のように線形結合することにより求められる。

$$C_{pm} = \beta C_{pl} + (1 - \beta) C_{pg}$$

$$h_{0m} = \beta h_{0l} + (1 - \beta) h_{0g}$$

また湿り空気の密度は液相の質量分率 β を用いれば、

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1-\beta}{\rho_g} + \frac{\beta}{\rho_\ell}$$

もしくはボイド率 α を用いれば、

$$\rho = \alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_\ell$$

音速は次式のように近似される²¹。

$$\begin{aligned} c^2 &= \frac{(1-\beta)R}{C_{pm} - (1-\beta)R} C_{pm} T \\ &= \frac{C_{pm}}{C_{pm} - (1-\beta)R} \frac{p}{\rho} \end{aligned} \quad (3)$$

また、粘性係数 μ も水と気相の粘性係数 μ_ℓ, μ_g をボイド率 α により線形結合した次式を用いる。

$$\mu = \alpha\mu_g + (1-\alpha)\mu_\ell$$

4. 相変化のモデル

非平衡凝縮における液相の質量生成率 Γ は、古典凝縮論に基づいて、凝縮核生成と液滴の成長による質量増加の和で表される²⁶。さらに石坂らは液滴の成長を液滴の数密度を関数にした式で近似した²¹。すなわち、

$$\Gamma = \frac{4}{3}\pi\rho_\ell I r_*^3 + 4\pi\rho_\ell n r^2 \frac{dr}{dt} \quad (4)$$

I は凝縮核生成率で、Frankel²⁷ ならびに Kantrowitz²⁸ により定式化された次式を用いる。

$$I = \frac{q_c}{1+\theta} \left(\frac{2\sigma}{\pi m^3}\right)^{1/2} \frac{\rho_g^2}{\rho_\ell} \exp\left(-\frac{4\pi r_*^2 \sigma}{3kT}\right) \quad (5)$$

ただし、 q_c 、 m 、ならびに k はそれぞれ、凝縮係数、水の分子量、そしてボルツマン定数。また θ は Kantrowitz²⁸ の修正パラメータである。 r_* は Kelvin-Helmholtz の凝縮核臨界半径で次式により計算する²⁹。

$$r_* = \frac{2\sigma}{\rho_\ell R T \ln(s)}$$

ここで、 $s = p/p_s(T)$ は過飽和蒸気圧率で、 $p_s(T)$ は飽和蒸気圧。1個の液滴の成長率 dr/dt は Hertz-Knudsen モデル²⁹ より与える。

5. 高解像差分スキーム

基礎方程式 (1) についても、既存の差分スキームをほぼそのまま適用することができると言える。むしろ、理想気体の場合同様に、タービン静動翼列流れのような非定常空力干渉を伴う流れ問題を精度良く数値解析するためには、離散化の精度をできるだけ上げる必要がある。ここでは、非定常衝撃波干渉流れを捕獲するために著者らが提案している高解像差分スキームを用いて基礎方程式 (1) を離散化する方法を紹介する。この方法は以下の組み合わせから構成される。

- 1) 未知変数の高次補間に 4 次精度コンパクト MUSCL TVD(FCMT) スキーム³⁰。
- 2) 対流項の離散化に修正流束分離法もしくは流束差分法³¹。
- 3) 時間積分に時間最大 2 次精度の対角化近似因子化法³²。

5.1 修正流束分離法

ここで用いる流束分離法は、Steger-Warming FVS に基づく方法で、境界層の計算が精度良くできるよう著者らが改良したものである。まず、一般曲線座標系で表された圧縮性ナビエ・ストークス方程式の対流項、すなわち流束ベクトルは次のような数値流束に離散化される。

$$(\hat{F}_i)_{\ell+1/2} = (A_i^+)_{\ell+1/2} \hat{Q}_{\ell+1/2}^L + (A_i^-)_{\ell+1/2} \hat{Q}_{\ell+1/2}^R \quad (6)$$

ここで、 $A_i^\pm (i = 1, 2, 3)$ はヤコビ行列で、特性速度 (固有値) の符号により分離される。 $\hat{Q}^{L(R)}$ は FCMT スキームにより物理変数が外挿される。最終的に $(\hat{A}_i^\pm)_{\ell+1/2} \hat{Q}^M$ は、次のようなサブベクトルの和で記述される。

$$(\hat{A}_i^\pm)_{\ell+1/2} \hat{Q}^M = \bar{\lambda}_{i1}^\pm \hat{Q}^M + \frac{\bar{\lambda}_{ia}^\pm}{\bar{c}\sqrt{g_{ii}}} \bar{Q}_{ia} + \frac{\bar{\lambda}_{ib}^\pm}{\bar{c}^2} \bar{Q}_{ib} \quad (7)$$

ただし、 M は $A = A^{+(-)}$ で $L(R)$ を意味し、

$$\begin{aligned} \lambda_{i1} &= W_i, \quad \lambda_{i4} = W_i + c\sqrt{g_{ii}}, \quad \lambda_{i5} = W_i - c\sqrt{g_{ii}} \\ \lambda_{ia}^\pm &= \frac{1}{2}(\lambda_{i4}^\pm - \lambda_{i5}^\pm), \quad \lambda_{ib}^\pm = \frac{1}{2}(\lambda_{i4}^\pm + \lambda_{i5}^\pm) - \lambda_{i1}^\pm \end{aligned}$$

また

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{ia} &= \bar{p}\bar{Q}_{ic} + \Delta\bar{m}_i\bar{Q}_d, \quad \bar{Q}_{ib} = \Delta\bar{m}_i\bar{Q}_{ic} + \bar{p}\bar{Q}_d \\ \bar{p} &= \bar{Q}_p \cdot \hat{Q}^M, \quad \Delta\bar{m}_i = \bar{Q}_{im} \cdot \hat{Q}^M \end{aligned}$$

$$Q_{ic} = \begin{bmatrix} 0 \\ \partial\xi_i/\partial x_1 \\ \partial\xi_i/\partial x_2 \\ \partial\xi_i/\partial x_3 \\ W_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Q_d = \begin{bmatrix} 1 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ (e+p)/\rho \\ k \\ \varepsilon \\ \rho v/\rho \\ \beta \\ n \end{bmatrix}, \quad Q_p = \begin{bmatrix} \phi^2 \\ -\tilde{\gamma}w_1 \\ -\tilde{\gamma}w_2 \\ -\tilde{\gamma}w_3 \\ \tilde{\gamma} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Q_{im} = \begin{bmatrix} -W_i \\ \partial\xi_i/\partial x_1 \\ \partial\xi_i/\partial x_2 \\ \partial\xi_i/\partial x_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

オーバーラインの付いた変数には平均化操作がなされる。

5.2 流束差分法

Roe の近似リーマン解法に基づく流束差分法をベクトル形で導出すると、数値流束 $(\hat{F}_i)_{\ell+1/2}$ は次式で表される。

$$(\hat{F}_i)_{\ell+1/2} = \frac{1}{2}[\hat{F}_i(\hat{Q}_{\ell+1/2}^L) + \hat{F}_i(\hat{Q}_{\ell+1/2}^R) - |(\hat{A}_i)|_{\ell+1/2} (\hat{Q}_{\ell+1/2}^R - \hat{Q}_{\ell+1/2}^L)] \quad (8)$$

$(\hat{A}_i)_{\ell+1/2} (i = 1, 2, 3)$ は Roe 平均を施して次式で計算される。

$$|(\hat{A}_i)|_{\ell+1/2} \hat{Q}^M = |\bar{\lambda}_{i1}| \hat{Q}^M + \frac{|\bar{\lambda}_{ia}|}{\bar{c}\sqrt{g_{ii}}} \bar{Q}_{ia} + \frac{|\bar{\lambda}_{ib}|}{\bar{c}^2} \bar{Q}_{ib} \quad (9)$$

ただし、

$$|\lambda_{ia}| = \frac{1}{2}(|\lambda_{i4}| - |\lambda_{i5}|), \quad |\lambda_{ib}| = \frac{1}{2}(|\lambda_{i4}| + |\lambda_{i5}|) - |\lambda_{i1}|$$

本研究で用いる修正流束差分法と流束差分法は、基本的に Roe の近似リーマン解法に基づくように変形されているので、流束差分法の中心差分の評価にもよるが、ほぼ同一の特徴を持った式となっている。

5.3 時間積分

ここでは、時間方向最大2次精度に拡張された陰的時間進行法に基づく時間積分スキームを用いる。近似因子化対角化、上流化が施されて導出された定常計算のための対角化近似因子化法に、ニュートン反復法とクランク・ニコルソン法を組み込むことで時間最大2次精度に拡張できる。すなわち、

$$\begin{aligned}
 \text{Step 1} \quad & [I + \theta \Delta t (\Lambda_1^+ \nabla_1 + \Lambda_1^- \Delta_1)]^m \Delta \hat{Q}^{*m} = -\Delta t (\hat{L}_1 N)^m \cdot R H S^m \\
 \text{Step 2} \quad & [I + \theta \Delta t (\Lambda_2^+ \nabla_2 + \Lambda_2^- \Delta_2)]^m \Delta \hat{Q}^{**m} = (\hat{L}_2 \hat{L}_1^{-1})^m \Delta \hat{Q}^{*m} \\
 \text{Step 3} \quad & [I + \theta \Delta t (\Lambda_3^+ \nabla_3 + \Lambda_3^- \Delta_3)]^m \Delta \hat{Q}^{***m} = (\hat{L}_3 \hat{L}_2^{-1})^m \Delta \hat{Q}^{**m} \\
 \text{Step 4} \quad & \Delta \hat{Q}^m = (N^{-1} \hat{L}_3^{-1})^m \Delta \hat{Q}^{***m}
 \end{aligned} \tag{10}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
 \Delta \hat{Q}^m &= \hat{Q}^{m+1} - \hat{Q}^m \\
 R H S^m &= -(\hat{Q}^m - \hat{Q}^n) - \Delta t \{ \hat{F}^*(\hat{Q}^m) + \hat{F}^*(\hat{Q}^n) \} / 2
 \end{aligned}$$

$\theta = 1/2$ もしくは 1 。 ∇_i と Δ_i はそれぞれ前進、後退差分演算子である。 \hat{F}^* はナビエ・ストークス方程式の空間微分項 (粘性項も含む) の差分演算子。 $\hat{L}_i (i = 1, 2, 3)$ は、非保存形表示された左固有ベクトルからなる行列、 N は保存形から非保存形に変換するための行列。 m はニュートン反復の回数で、 $m = 0$ のとき、 $\hat{Q}^m = \hat{Q}^n$ 。もし $m \Rightarrow \infty$ ならば、 $\Delta \hat{Q}^m \Rightarrow 0$ 、すなわち $\hat{Q}^m \Rightarrow \hat{Q}^{n+1}$ で、時間最大2次精度の解を得ることができる。

6. 数値計算例

以下には、二次元 RAE2822 翼周りの遷音速流れ、非定常二次元遷音速 NACA0012 高迎角翼周り流れ、三次元 ONERA M6 翼周りの遷音速流れ、そして非定常二次元蒸気タービン静動翼列干渉流れの数値計算例について示す。なお、最初の3例については、乱流モデルに Baldwin-Lomax モデル³³を使用。蒸気タービン静動翼列干渉流れについては計算コード開発中につき、層流として計算した。

6.1 二次元 RAE2822 翼周りの遷音速流れ

まず本数値解法の妥当性を検証する目的で、二次元 RAE2822 翼周りの流れを数値計算した。計算条件は、主流マッハ数 0.734、レイノルズ数 6.5×10^6 、迎角 2.54° で、格子点数が、 221×93 の C 型格子を用いる。相対湿度がそれぞれ 0% (乾燥空気)、60%、75%、ならびに 90% の4種類について計算し、理想気体を仮定した実験結果と比較する。なお解の収束判定は、翼表面圧力分布が完全に収束しているのが確認できた残差 (L2-norm) が4桁減少した時点を受束解と判定して採用した。

Fig.1 に、相対湿度 0% で計算された等マッハ数分布を示す。また、Fig.2 には翼表面圧力係数分布を計算結果と実験結果について比較した。これらより本数値解法が、相対湿度 0% の場合、すなわち理想気体を仮定した計算において実験結果と良い一致を示していることがわかる。

Fig.3 には、相対湿度を考慮した場合の翼表面圧力係数分布を示す。相対湿度 60% では、実験結果ならびに湿度 0% の値とあまり違いが見られない。前報²³で計算した主流マッハ数 0.8 の NACA0012 翼周りでの計算結果では、相対湿度 60% において理想気体に比べてある程度の違いを示したのに比べると異なった傾向を示したことになるが、理由としては RAE2822 翼が独特の形状をしているのに加え、主流マッハ数が違うことにより翼上面での空気の膨張率が異なったためであろうと推測される。一方、相対湿度を増加させた 75%、90% の計算結果は、実験結果からはかなり異なったものとなり、前報における傾向と同様に、翼上面の垂直衝撃波前方における翼表面圧力の増加ならびに垂直衝撃波の後方への移動が見られる。これは一般的には非平衡凝縮に伴う液滴の増加が音速を減少させることにより発生する凝縮衝撃波による影響であると考えられるが、本計算では凝縮衝撃波を計算結果から識別することはできなかった。

Fig.4 には、相対湿度 90% の場合で計算された液相の質量分率分布を示す。非平衡凝縮が翼前縁近傍から起こり、下流に行くにつれてその領域は広がるが、垂直衝撃波による温度上昇からいったん弱い蒸発が起こっている様子が示されている。

Fig.5 には、相対湿度の違いによる翼の揚抗力比の変化を示す。ただし、図中の $\Delta L/D$ は、 $\Delta L/D = 100 \times (L/D_{\phi>0} - L/D_{\phi=0}) / (L/D_{\phi=0})$ で与えられる。添字 $\phi = 0$ 、 $\phi > 0$ はそれぞれ、乾燥空気と湿り空

気を意味する。その結果、相対湿度の増加とともに揚抗力比が減少し、特に相対湿度が高いほどその減少率が大きいという結果が得られた。実験との定量的な比較ができないのでその信頼性については今後も検討する必要はあるが、少なくとも翼周りで非平衡凝縮が起こることにより翼の性能が確実に悪くなるであろうことが本計算結果から示唆される。

6.2 非定常二次元遷音速 NACA0012 高迎角翼周り流れ

迎角 15° の NACA0012 翼周りの非定常遷音速流れを湿度を考慮して数値解析する。計算に用いた計算格子は、Overset 格子で、翼周りの C 型格子 (121×41) と一様流れ場の直交格子 (121×101) からなる。計算条件として、一様流マッハ数、0.8、レイノルズ数、 6.0×10^6 で計算した。相対湿度が 0(乾燥空気)%, 40%, 80% の 3 種類について計算結果を比較する。

Fig.6(a)-(c) に瞬間等マッハ数分布を示す。いずれの湿度についても、翼負圧面上に衝撃波と大きく剥離した境界層が示されており、お互いに干渉して周期的な渦を放出している。しかしながら、その渦は翼下流に行くにしたがって異なった構造を示している。特に、湿度の増加に伴って渦構造の崩壊がより早く起きており、下流域はより不安定になる結果となった。

Fig.7(a)(b) には、相対湿度 40% と 80% における凝縮に伴う液滴の瞬間質量分率分布を示す。これらから、液滴は翼近傍から発生していると同時に後流域においても発生し、お互いに下流域で合流して液相として流れていくのがわかる。液相の支配領域は、相対湿度が 80% の方が広く、かつ発生している液滴の質量も多い。いずれにも共通した興味深い液相の構造として、発生した渦近傍には液滴が存在していない。これは、渦中心で核が生成されたのちに、その周辺で凝縮が起こり、発生した液滴が渦の慣性力により渦外縁方向に飛ばされるためではないかと推測される。結果的にこのいわゆる「ホール領域」が後流全体を不安定にすることにより、湿度の増加に伴って後流域での渦が早く崩壊するのではないかと考えられる。

6.3 三次元 ONERA M6 翼周りの遷音速流れ

三次元 ONERA M6 翼周りの遷音速流れを計算した。計算条件は、主流マッハ数 0.84、レイノルズ数 11.72×10^6 、迎角 3.06° と与えた。計算格子を Fig.8 に示す。格子点数は、 $121 \times 71 \times 61$ 。相対湿度がそれぞれ 0%(乾燥空気)、30%、45%、60%、75% の 5 種類について計算し、理想気体を仮定した実験結果と比較する。

Fig.9(a)-(c) に翼スパンが 44%、65%、95% での計算された翼表面圧力係数分布を実験結果と比較する。まず、相対湿度 0%(乾燥空気) の計算結果について実験結果と比較すれば、翼下面で部分的に若干のずれはあるが、全体的には実験結果をよく再現していると言える。また、翼上面での衝撃波位置の若干のずれも使用した乱流モデルに依存していると考えられ、今回使用したものが Baldwin-Lomax モデルであることから、このずれは許容範囲であると考えられる。

ここでむしろ重要なのは、湿度の違いによる影響を考察することであり、湿度を考慮した場合の結果についてそれぞれを比較検討する。各スパン面において共通した傾向としては、相対湿度が 45% を越えるあたりからその値が増加するにつれて、翼上面の前縁付近から後方にある垂直衝撃波までの表面圧力の上昇する度合いが強くなり、特に翼端になるにつれてその傾向が顕著に見られる。これは、二次元計算の場合と同様に、非平衡凝縮が起こることによって潜熱が放出されるため、温度が上昇し結果的に圧力も上昇したためであると説明できる。また圧力の上昇が後方の垂直衝撃波にも影響を与えており、65% スパンではより後方に移動し、また 95% スパンでは強さ自体が弱められている。

Fig.10(a)(b) には、相対湿度 0% と 60% での翼表面等圧力分布を示す。相対湿度 0% の場合では ONERA M6 で発生することが知られている典型的な三重衝撃波が捕獲されているが、一方 60% の結果では、三重衝撃波のうちで前縁付近に発生する衝撃波がさらに翼前縁に移動しており、結果的に衝撃波の三重点は見られない。これは翼前縁付近で始まる非平衡凝縮に伴う圧力上昇が前方の垂直衝撃波の発生を助長したため、この衝撃波がより早く発生することでさらに前縁方向に移動したものと考える。95% スパンでの衝撃波が弱められている理由もこのことから説明できる。

Fig.11 には、二次元の場合と同様に相対湿度の違いによる翼の揚抗力比の変化を示す。この図より、相対湿度の増加とともに翼揚抗力比が確実に減少する傾向は二次元の場合と同じである。しかしながら、その

減少の割合は三次元の方が二次元に比べてより顕著であるという結果を得た。

Fig.12 には、相対湿度 60% における翼上面に発生した液相の質量分率を、等スパン面ならびに流れ方向等断面で表示する。これがいわゆる飛行機雲に相当する分布であるといえる。液相の質量分率は飛行機雲の濃度を表していると考えられる。これが実際に白く見えるかどうかについては液滴からの光の反射の状態によっても違うため断定はできないが、気象学的に雲は $1[\text{cm}^3]$ 中に半径 $1 - 20[\mu\text{m}]$ の液滴が $100 - 900$ 個程度存在している状態であるといえる。本計算では液滴の平均半径の最大値が $0.16[\mu\text{m}]$ と通常の雲よりも相対的に小さいものの、液滴の発生につながる核生成率は $10^{12}[\text{個}/\text{cm}^3 \cdot \text{s}]$ 程度と極めて高いことから、本計算で得られた液相も気象条件によっては十分可視化できるものと予想される。

6.4 非定常二次元蒸気タービン静動翼列干渉流れ

計算コードは現在開発中であり検証までには至っていないが、計算コード開発の過程で得られた計算結果について示す。まずは凝縮が起こらない場合、すなわち乾燥蒸気を仮定した条件における二次元タービン静動翼列を通る非定常流れを計算した。計算条件は、入口全温 $725.95[\text{K}]$ 、入口全圧 $2.29 \times 10^6[\text{Pa}]$ 、流入マッハ数 0.131 、レイノルズ数 6.92×10^6 、動翼出口静圧 $1.72 \times 10^6[\text{Pa}]$ とした。計算格子を Fig.13 に示す。計算格子は東芝側から提供された修正 H 型格子を用いた。静翼と動翼のピッチ比は $3:2$ と仮定して、静翼 2 流路、動翼 3 流路を同時に解く。格子点数は、静翼、動翼各流路、それぞれ 151×121 、 201×121 。Fig.13 に計算格子を示す。本計算格子は、流路間に発生する衝撃波を捕獲するのみでなく、静翼 / 動翼間を通過する静翼からの非定常後流を捕獲する目的で採用された。

Fig.14(a)(b) に計算された瞬間等マッハ数分布を示す。従来の解法では捕獲することが困難であった静翼後流の非定常性が捕らえられた。また、渦成分を有した静翼後流が動翼流路に流入して動翼前縁付近の負圧面側にはく離が生じ、非定常渦が発生している結果が得られている。

次に非平衡凝縮を考慮した場合の計算結果について示す。計算条件は、入口全圧を $7.15 \times 10^4[\text{Pa}]$ 、流入マッハ数は 0.181 とし、過熱度が、 14°C ならびに 7°C になるように入口静温を $378.0[\text{K}]$ ならびに $371.0[\text{K}]$ に設定した。レイノルズ数は、 $1.0 \times 10^5[1/\text{m}]$ として層流を仮定している。これ以外の条件については、前述の場合と同じ計算格子を用いた都合上、乾燥蒸気の場合と同じである。Fig.15(a)(b) に計算により得られた瞬間等マッハ数分布をそれぞれ示す。全体的には乾燥空気の場合と同様の傾向を示しているが、静翼後縁付近に衝撃波が観察される。はっきりしたことは言えないが、非平衡凝縮に伴う凝縮衝撃波が捕らえられている可能性もある。しかしながら、静翼入口付近の擬似衝撃波や動翼後流域での分布などその妥当性については未だ検証されていない。

Fig.16(a)(b) に凝縮により発生した液滴の瞬間質量分率分布をそれぞれ示す。静翼後縁付近ならびに動翼後縁付近の膨張領域において液滴が発生しているのが示されている。静翼後縁付近での凝縮はまさに非平衡凝縮による液滴の発生であるといえる。動翼後縁以降の液滴に関しては、翼近傍における凝縮領域と動翼後流域における凝縮領域が存在している。前者は非平衡凝縮である可能性が高いが、後者についてはその発生メカニズムはいまだはっきりしていない。一般的には、流れの膨張領域のみならず強い渦が発生する領域でも凝縮が起こることがわかっているので、干渉により動翼後流域が渦成分を持った流れになったことによる凝縮である可能性もある。

7. あとがき

非平衡凝縮を伴う三次元翼列流れを計算するための基礎方程式ならびに数値解法を導出して、これに基づき 4 種類の流れの数値計算を行った。非平衡凝縮現象自体が未だ未知であることから、得られた計算結果の検証は未だ難しい。しかしながら、今後航空機翼やタービン翼列翼の開発において、非平衡凝縮は重要な位置を占めることが予想されることから、本研究ではさらに具体的な流れ問題に対して本数値解法の妥当性を検証していく必要が示唆される。

文 献

1. Campbell, J.F., Chambers, J.R. and Rumsey, C.L., *J. of Aircraft*. Vol.26, No.7(July 1989), pp.593-604.

2. Denton, J.D., *Trans. ASME, J. Engng. Power*, Vol.**105**, No.3(1983), p.514.
3. Dawes, W.N., *Trans. ASME, J. Engng. Power*, Vol.**108**, No.1(1986), p.114.
4. Weinberg, B.C., et al., *Trans, ASME, J. Engng. for Gas Turbines and Power*, Vol.**108**, No.1(1986), p.93.
5. Nozaki, O., Nakahashi, K. and Tamura, K., *Proc. of 1987 Tokyo Int. Gas Turbine Congress*, Vol.**II**(1987), p.325.
6. Subramanian, S.V. and Bozzola, R., AIAA Paper 87-1314,(1987).
7. Choi, D. and Knight, C.J., AIAA Paper 88-0363(1988)
8. Matsuo, Y., et al., AIAA Paper 89-2699,(1989).
9. Leylek, J.H. and Wisler, D.C., *Trans. ASME, J. of Turbomachinery*, Vol.**113**, No.2(1991), 139.
10. Rai, M.M., AIAA Paper 87-2058, (1987).
11. Dawes, W.N., ASME Paper 90-GT-18,(1990).
12. Hah, C., AIAA Paper 92-3211, (1992).
13. Bakhtar, F. and Mohammadi Tochai, M.T., *Int. J. of Heat & Fluid Flow*, Vol.**2**, No.1(1980), pp.5-18.
14. Moheban, M. and Young, J.B., *Int. J. of Heat & Fluid Flow*, Vol.**6**, No.4(1985), pp.269-278.
15. Young, J.B., *Trans. of ASME, J. of Turbomachinery*, Vol.**114**, (1992), pp.569-579.
16. Schnerr, G.H. and Dohrmann, U., *AIAA Journal*, Vol.**28**, No.7(1990), pp.1187-1193.
17. White, A.J. and Young, J.B., *J. of Propulsion and Power*, Vol.**9**, (1993), pp.579-587.
18. Adam, S. and Schnerr, G.H., *J. of Fluid Mechanics*, Vol.**348**, (1997), pp.1-28.
19. Schnerr, G.H., Bohning, R., Breitling, T. and Jantzen, H.-A., *AIAA Journal*, Vol.**30**, No.5 (1992), pp.1284-1289.
20. Perrell, E.R., Erickson, W.D. and Candler, G.V., *J. of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.**10**, No.2 (1996), pp.277-283.
21. Ishizaka, K., Ikohagi, T. and Daiguji, H., *Proc. of 6th Int. Symp. on Computational Fluid Dynamics*, **1**(1995), pp.479-484.
22. Schnerr, G.H., *Computers & Fluids*, Vol.**22**, No.2/3(1993), pp.103-116.
23. 入屋・山本・大宮司, 日本機械学会論文集、B 偏、 Vol.**62**, No.603(1996), pp.100-105.
24. 山本・葉狩・村山、日本航空宇宙学会論文集、 Vol.**47**, No.540(1999), pp.41-46.
25. Chien, K.Y., AIAA J., Vol.**23**(1982), p.1308.
26. Moses, C.A. and Stein, G.D., *Trans. ASME, J. of Fluid Engineering*, Vol.**100**, No.3(1978), pp.311-322.
27. Frankel, J., *Kinetic Theory of Liquids*, (1955), Dover.
28. Kantrowitz, A., *J. of Chem. Phys.*, Vol/**19**(1951), p.1097.
29. Young, J.B., *Trans. ASME, J. of Engng. for Gas Turbine and Power*, Vol.**110**, (1988), pp.1-7.
30. Yamamoto, S. and Daiguji, H., *Computers & Fluids*, 22-2/3(1993),259.
31. Yuan, X., et al., AIAA Paper 94-3199, (1994).
32. Yamamoto, S. and Daiguji, H., AIAA Paper 92-3044,(1992).
33. Baldwin, B.S. and Lomax, H., AIAA Paper 78-257, (1978).

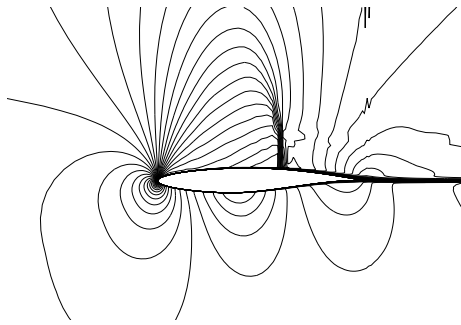


Fig.1 等マッハ数線図 (相対湿度 0%)

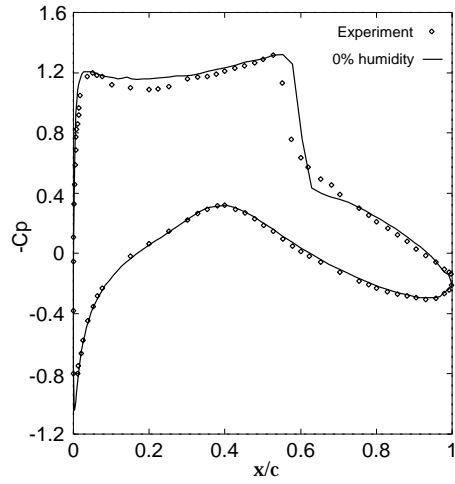


Fig.2 翼表面圧力係数分布 (相対湿度 0%)

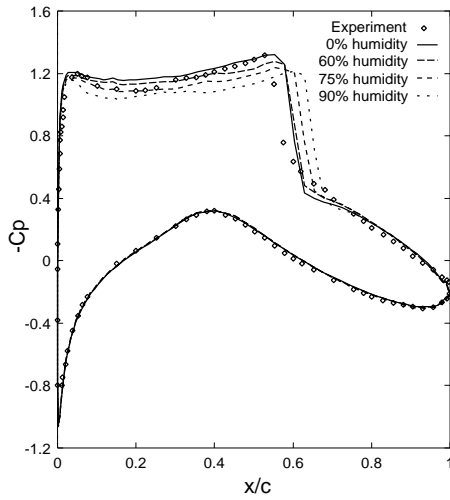


Fig.3 翼表面圧力係数分布 (相対湿度ありの場合)

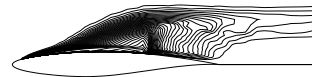


Fig.4 液相の質量分率分布 (相対湿度 90%)

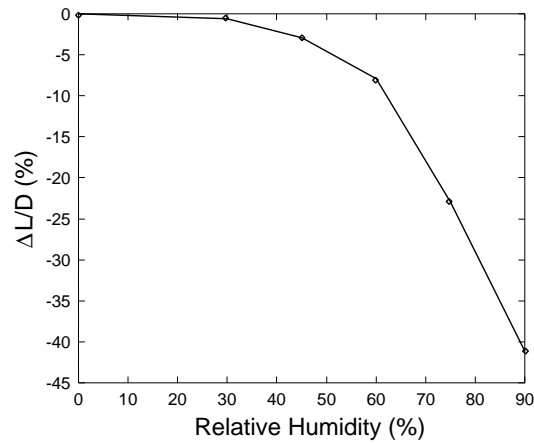
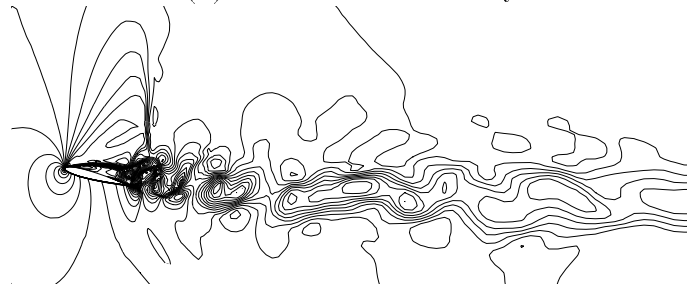


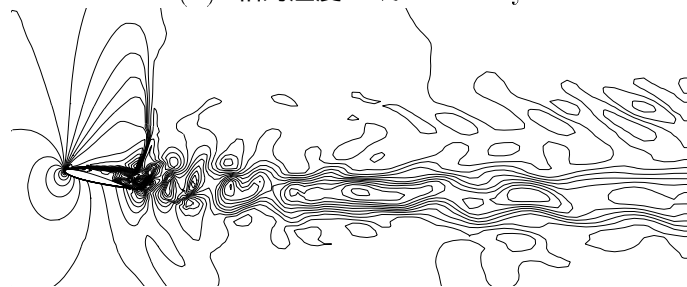
Fig.5 翼揚抗力比



(a) 相对湿度 0% humidity

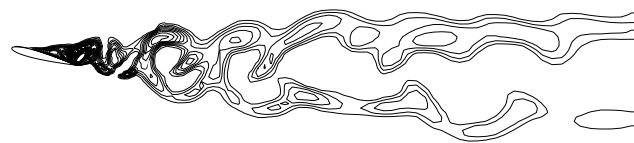


(b) 相对湿度 40% humidity

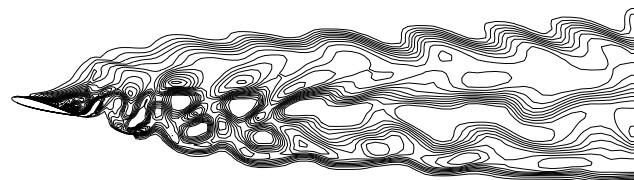


(c) 相对湿度 80% humidity

Fig.6 瞬間等マッハ数分布



(a) 相对湿度 40% humidity



(b) 相对湿度 80% humidity

Fig.7 液相の瞬間質量分率分布

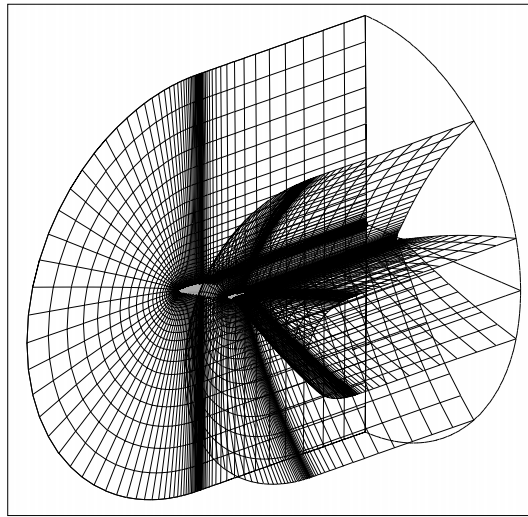
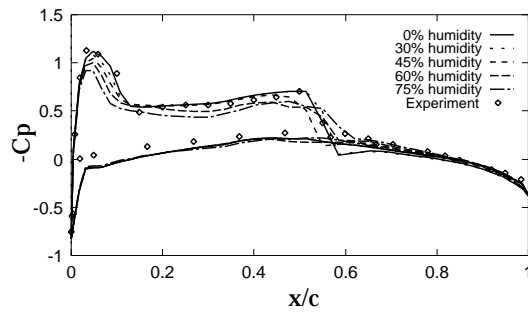
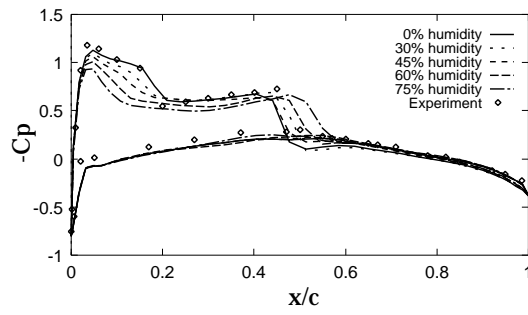


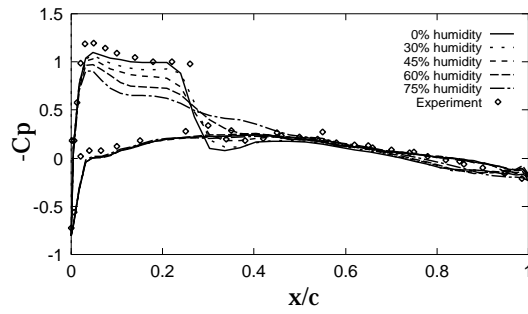
Fig.8 ONERA M6 翼周りの計算格子



(a) 44% スパン

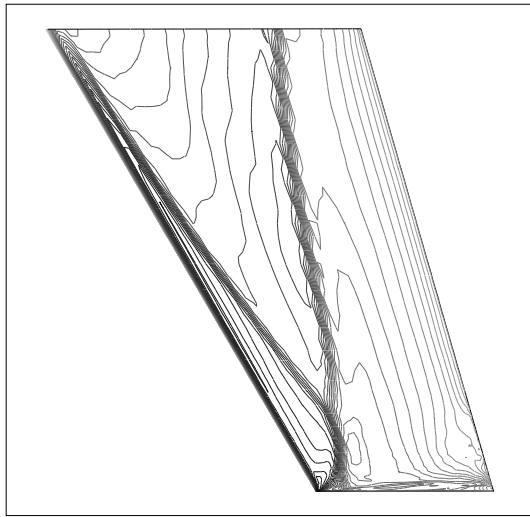


(b) 65% スパン

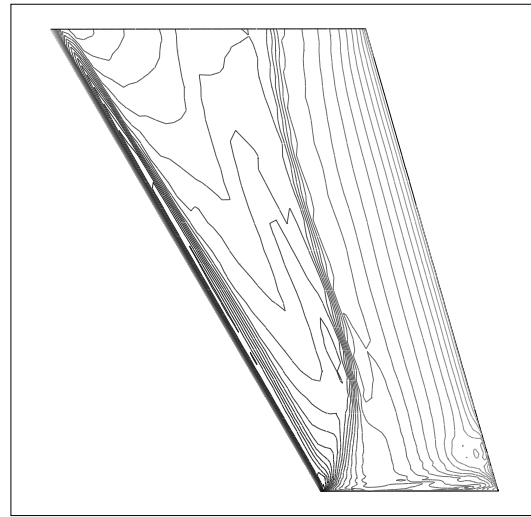


(c) 95% スパン

Fig.9 翼等スパンにおける翼表面圧力係数分布



(a) 相対湿度 0%



(b) 相対湿度 60%

Fig.10 翼上面における等圧力線分布

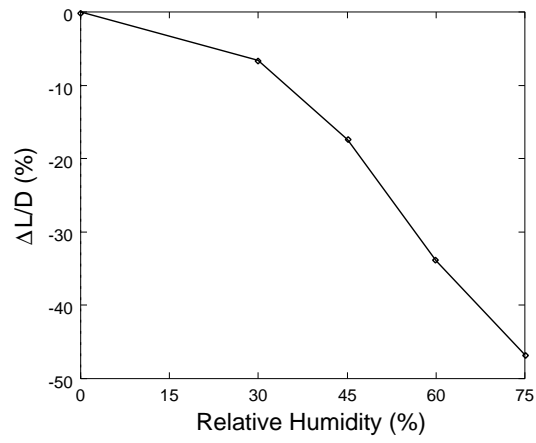


Fig.11 翼揚抗力比

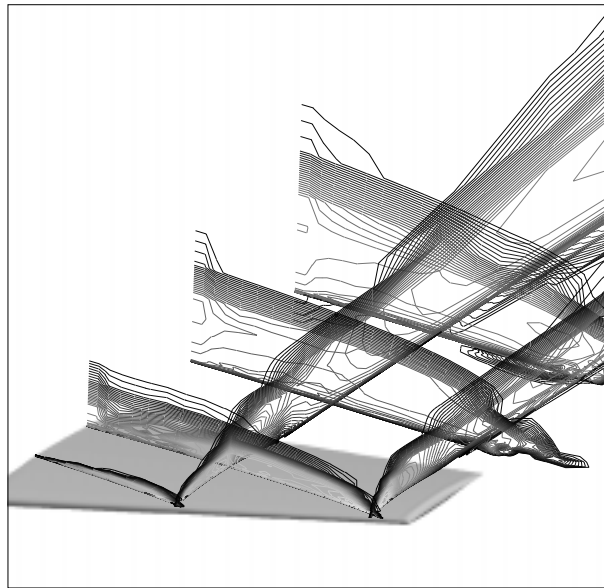


Fig.12 複数の断面における液相の質量分率分布

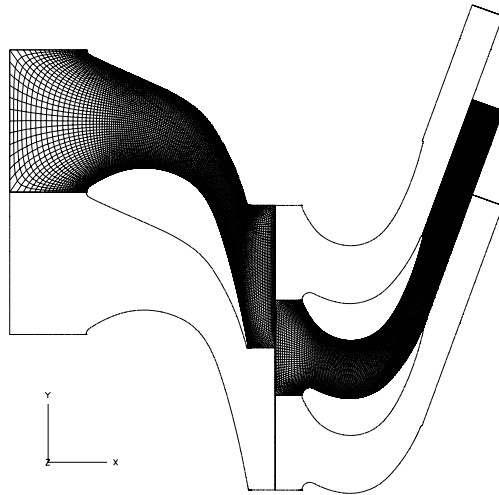
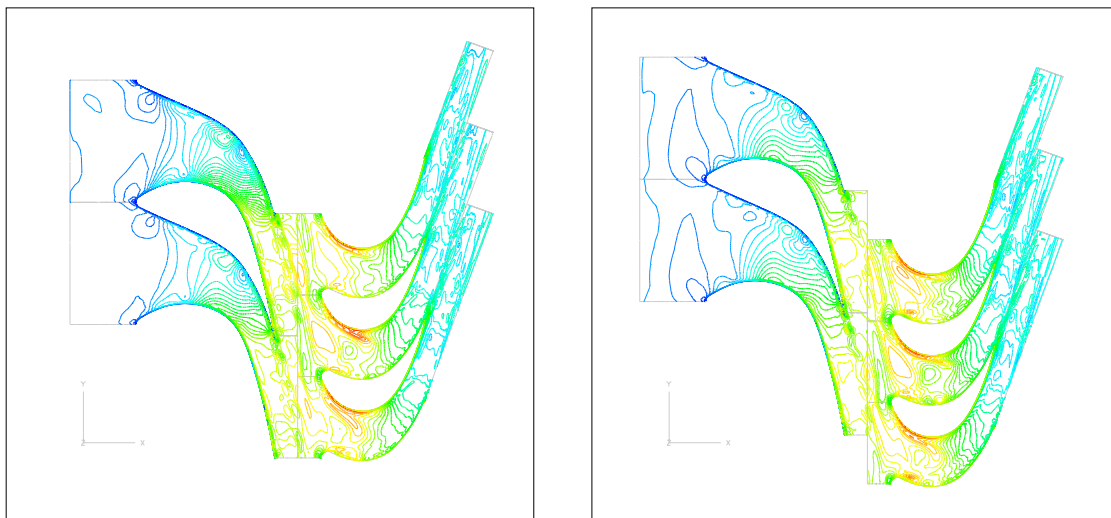


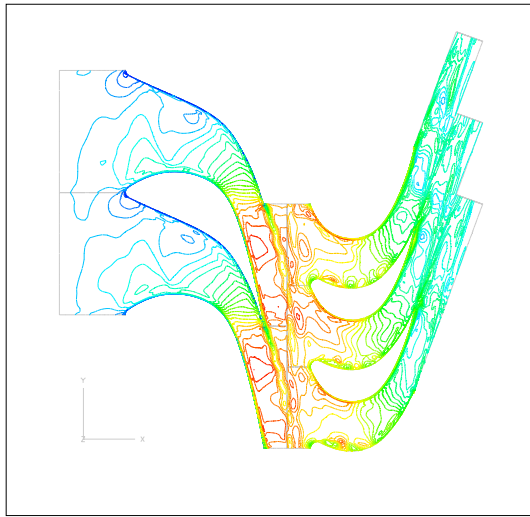
Fig.13 計算格子



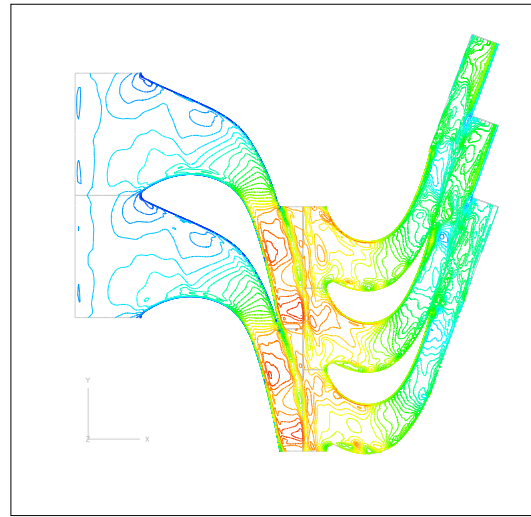
(a) $t = t_1$

(b) $t = t_2$

Fig.14 瞬間等マッハ数分布

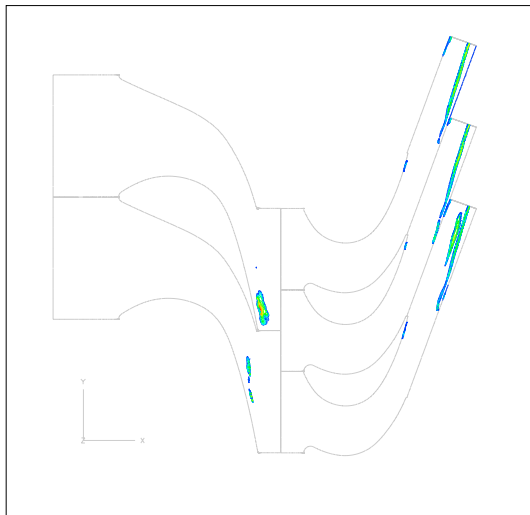


(a) 過熱度 14°C

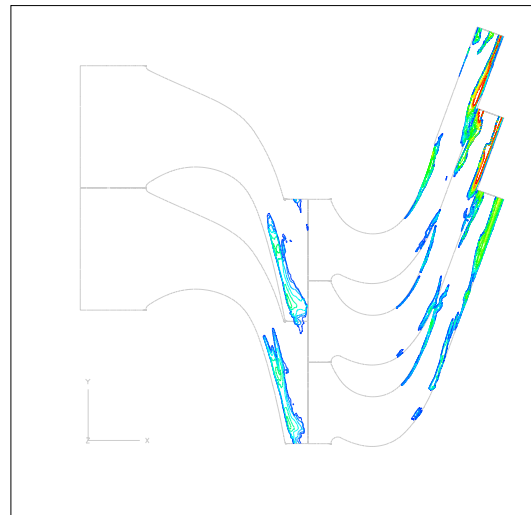


(b) 過熱度 7°C

Fig.15 瞬間等マッハ数分布



(a) 過熱度 14°C



(b) 過熱度 7°C

Fig.16 液相の瞬間質量分率分布